المدرسة الإعدادية النموذجية بالمهدية	خلاصة دروس الرياضيات	التاسعة أساسي

قابلية القسمة : N عدد صحيح طبيعي

1) N يقبل القسمة على 6 يعني N يقبل القسمة على 2 و 3
2) N يقبل القسمة على 12 يعني N يقبل القسمة على 3 و 4
3) N يقبل القسمة على 15 يعني N يقبل القسمة على 3 و 5

العمليات على الأعداد الحقيقية

a , b , c و d أعداد حقيقية حيث b و d مخالفان للصفر

1) $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ و $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$

2) إذا كان $c\neq 0$ فإن $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$

3) $a=c$ يعني $a-c=0$

4) a و c **متقابلان** يعني $a+c=0$

5) b و d **مقلوبان** يعني $b\times d=1$

الجذور التربيعية

a و b عددان حقيقيان موجبان

1) $\sqrt{a}^2=\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$

2) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

3) إذا كان $b\neq 0$ فإن $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

القيمة المطلقة لعدد حقيقي :

x و y عددان حقيقيان و a عدد حقيقي موجب قطعًا

1) $|x|=x$ يعني x عدد موجب

2) $|x|=-x$ يعني x عدد سالب

3) $\sqrt{x^2}=|x|$ و $|x|^2=|x^2|=x^2$

4) $|x|\times|y|=|x\times y|$ و $|x|=|-x|$

5) إذا كان $y\neq 0$ فإن $\frac{|x|}{|y|}=\left|\frac{x}{y}\right|$

6) $|x|=a$ يعني $x=a$ أو $x=-a$

المستقيم المدرج

Δ مستقيم مدرج بمعين (O,I) و A و B نقطتان على Δ فاصلتهما على التوالي x_A و x_B

1) $AB=|x_B-x_A|$

2) M منتصف $[AB]$ يعني $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$

القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية

a و b عددان حقيقيان مخالفان للصفر

n و m عددان صحيحان نسبيان

1) $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

2) $a^n\times a^m=a^{n+m}$

3) $(a^n)^m=a^{n\times m}$

4) $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$

5) $a^n\times b^n=(a\times b)^n$

6) $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

الترتيب و المقارنة

a , b , c و d أعداد حقيقية

1) $a\leq b$ يعني $a-b\leq 0$

2) $a\leq b$ يعني $a\pm c\leq b\pm c$

3) إذا كان $c\rangle 0$ فإن ($a\leq b$ يعني $a\times c\leq b\times c$)

4) إذا كان $c\langle 0$ فإن ($a\leq b$ يعني $a\times c\geq b\times c$)

5) إذا كان $a\leq b$ و $c\leq d$ فإن $a+c\leq b+d$

6) a , b , c و d أعداد حقيقية **موجبة**

إذا كان $a\leq b$ و $c\leq d$ فإن $ac\leq bd$

7) إذا كان a و b مخالفان للصفر و لهما نفس العلامة فإن

$a\leq b$ يعني $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$

8) أ) إذا كان a و b عددين موجبين فإن :

$a\leq b$ يعني $a^2\leq b^2$

ب) إذا كان a و b عددين سالبين فإن :

$a\leq b$ يعني $a^2\geq b^2$

9) أ) إذا كان a و b موجبين فإن

$a\leq b$ يعني $\sqrt{a}\leq\sqrt{b}$

ب) إذا كان a و b عددين حقيقيين فإن :

$|a|\leq|b|$ يعني $a^2\leq b^2$

الجذاءات المعتبرة و العبارات الجبرية :

a و b و c أعداد حقيقية

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3) $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

4) النشر $a(b\pm c)=ab\pm ac$

5) التفكيك $ab\pm ac=a(b\pm c)$

المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

a , b , c و d أعداد حقيقية حيث $a\neq 0$

1) $ax+b=c$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.(x هو المجهول) $\frac{c-b}{a}$ هو حل هذه المعادلة و نكتب $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{c-b}{a}\right\}$ وهي مجموعة حلول المعادلة في $\mathbb{R}$

2) $(ax+b)(cx+d)=0$ يعني $ax+b=0$ أو $cx+d=0$

الحصر

a , b , c و d أعداد حقيقية حيث $a\langle b$ و $c\langle d$

1) $a\leq x\leq b$ هو حصر للعدد x مداه $b-a$

2) $a\leq x\leq b$ يعني $a\pm c\leq x\pm c\leq b\pm c$

3) أ) إذا كان $c\rangle 0$ فإن :

$a\leq x\leq b$ يعني $ac\leq xc\leq bc$

ب) إذا كان $c\langle 0$ فإن :

$a\leq x\leq b$ يعني $bc\leq xc\leq ac$

4) أ) إذا كان a و b موجبين فإن :

$a\leq x\leq b$ يعني $a^2\leq x^2\leq b^2$

ب) إذا كان a و b سالبين فإن :

$a\leq x\leq b$ يعني $b^2\leq x^2\leq a^2$

5) إذا كان a و b مخالفين للصفر و لهما نفس العلامة فإن

$a\leq x\leq b$ يعني $\frac{1}{b}\leq\frac{1}{x}\leq\frac{1}{a}$

6) إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ فإن $a+c\leq x+y\leq b+d$

7) إذا كانت a , b , c و d أعدادا حقيقية **موجبة** و $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ فإن $ac\leq xy\leq bd$

المجالات a و b عددان حقيقيان حيث $a\langle b$

1) $x\in[a,b]$ يعني $a\leq x\leq b$

2) $x\in]a,b[$ يعني $a\langle x\langle b$

3) $x\in]a,b[$ يعني $a\langle x\langle b$

4) $x\in]a,b]$ يعني $a\langle x\leq b$

5) $x\in[a,b[$ يعني $a\leq x\langle b$

6) $x\in[b,+\infty[$ يعني $x\geq b$

7) $x\in]b,+\infty[$ يعني $x\rangle b$

8) $x\in]-\infty,a]$ يعني $x\leq a$

9) $x\in]-\infty,a[$ يعني $x\langle a$

10) إذا كان $a\rangle 0$ و $b\rangle 0$ فإن :

أ) $|x|\leq a$ يعني $-a\leq x\leq a$ يعني $x\in[-a,a]$

ب) $|x|\geq b$ يعني $x\geq b$ أو $x\leq -b$

يعني $x\in]-\infty,-b]\cup[b,+\infty[$

ج) $|x|\langle a$ يعني $-a\langle x\langle a$ يعني $x\in]-a;a[$

د) $|x|\rangle b$ يعني $x\rangle b$ أو $x\langle -b$

يعني $x\in]-\infty;-b[\cup]b;+\infty[$

المتراجحات

a , b و c أعداد حقيقية. $ax+b\leq c$ هي متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد (x هو المجهول)

$ax+b\leq c$ يعني $ax\leq c-b$

أ) إذا كان $a\rangle 0$ فإن $x\leq\frac{c-b}{a}$ يعني $S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,\frac{c-b}{a}\right]$

ب) إذا كان $a\langle 0$ فإن $x\geq\frac{c-b}{a}$ يعني $S_{\mathbb{R}}=\left[\frac{c-b}{a},+\infty\right[$

الاحصاء

I) السلسلة المنقطعة

1) مدى سلسلة احصائية منقطعة هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة فيها.

2) المنوال في سلسلة احصائية منقطعة هو القيمة أوالقيم ذات التكرار الأكبر

3) المعدل الحسابي لسلسلة احصائية منقطعة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل قيمة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة.

4) التواتر لقيمة ما هو ناتج قسمة تكرارها على التكرار الجملي

5) لإيجاد موسط سلسلة احصائية منقطعة ذات ميزة كمية تكرارها الجملي N , نرتب قيمها تصاعديا أو تنازليا و يكون الموسط هو:

-القيمة التي ترتيبها $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديا

-المعدل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا زوجيا.

II)السلسلة المسترسلة

1) مدى سلسلة احصائية مسترسلة هو الفرق بين الطرف الأكبر في الفئة الأخيرة و الطرف الأصغر في الفئة الأولى.

2) إذا كانت كل الفئات متساوية المدى فإن المنوال أو الفئة المنوال هي كل فئة لها أكبر تكرار

3) التواتر لفئة ما هو ناتج قسمة تكرارها على التكرار الجملي

4) مركز الفئة هو المعدل الحسابي لطرفيها

5) المعدل الحسابي لسلسلة احصائية مسترسلة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل مركز فئة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة.

II) التكرارات و التواترات التراكمية

1) التكرار التراكمي الصاعد الموافق **لقيمة** ما هو مجموع تكرارات القيم الأصغر أو المساوية لها.

2) التكرار التراكمي الصاعد الموافق **لفئة** ما هو مجموع تكرارات القيم الأصغر قطعا من طرفها الأكبر

3) التكرار التراكمي النازل الموافق **لقيمة** ما هو مجموع تكرارات القيم الأكبر أو المساوية لها.

4) التكرار التراكمي النازل الموافق **لفئة** ما هو مجموع تكرارات القيم الأكبر أو المساوية لطرفها الأصغر

5) التواتر التراكمي هو ناتج قسمة التكرار التراكمي على التكرار الجملي.

6) التواتر التراكمي بالنسبة المائوية هو جذاء التواتر التراكمي في مائة

7) موسط سلسلة احصائية مسترسلة تكرارها الجملي N هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلع التكرارات التراكمية و التي ترتيبتها $\frac{N}{2}$

8) موسط سلسلة إحصائية مسترسلة هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلع التواترات التراكمية و التي ترتيبتها $0,5$ (أو 50% إذا كانت التواترات التراكمية بالنسبة المائوية)

الاحتمالات

1) يكون الحدث أكيدا إذا كان احتماله مساو لـ 1

2) يكون الحدث مستحيلا إذا كان احتماله مساو لـ 0

3) يكون الحدث ممكنا إذا كان احتماله أكبر من 0 و أصغر من1.

التعيين في المستوي

I) (O,I,J) معين في المستوي حيث $(OI)\perp(OJ)$

$M(x,y)$ نقطة من المستوي.

1) $M_1(x_1,y_1)$ مناظرة M بالنسبة إلى (OI) يعني $x_1=x$ و $y_1=-y$

2) $M'(x',y')$ مناظرة M بالنسبة إلى (OJ) يعني $x'=-x$ و $y'=y$

3) $M''(x'',y'')$ مناظرة M بالنسبة إلى O يعني $x''=-x$ و $y''=-y$

II) (O,I,J) معين في المستوي $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ نقطتان مختلفتان من المستوي

1) B مسقط A على (OI) وفقا لمنحى (OJ) يعني $B\in(OI)$ و $(AB)//(OJ)$

2) $x_A=x_B$ يعني $(AB)//(OJ)$

3) $y_A=y_B$ يعني $(AB)//(OI)$

4) A و B متناظرتان بالنسبة إلى $M(x,y)$ يعني $x=\frac{x_A+x_B}{2}$ و $y=\frac{y_A+y_B}{2}$

مبرهنة طالس

1) المستقيم الذي يربط منتصفي ضلعي مثلث

أ) إذا كان ABC مثلثا و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ فإن $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{BC}{2}$

ب) إذا كان ABC مثلثا و I منتصف $[AB]$ و المستقيم Δ الموازي لـ (BC) والمار من I فإنّ Δ يقطع الضلع $[AC]$ في منتصفه

2) مبرهنة طالس في المثلث

إذا كان ABC مثلثا , $E\in(AB)$ و $F\in(AC)$ حيث $(EF)//(BC)$ فإن $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$

3) إذا كان $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$و $[CD]$ و I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$

فإن $(IJ)//(AB)$ و $IJ=\frac{AB+CD}{2}$

4) ليكن Δ و Δ' مستقيمين , A و B و C ثلاث نقط مختلفة من Δ .إذا كانت A' و B' و C' مساقط A و B و C على Δ' وفقا لمنحى مخالف لمنحى Δ و لمنحى Δ' على التوالي فإن :

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'} \quad \text{و} \quad \frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$$

5) إذا كان A' و B' مسقطي A و B على التوالي على مستقيم Δ وفقا لمنحى Δ' فإن مسقط منتصف $[AB]$ على Δ وفقا لمنحى Δ' هو منتصف $[A'B']$

6) مركز ثقل مثلث

أ) إذا كان ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[AC]$ و G تقاطع الموسطين $[AI]$ و $[BJ]$ فإن G مركز ثقل المثلث ABC و $AG=\frac{2}{3}AI$

ب) إذا كان ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$ و G نقطة من $[AI]$ حيث $AG=\frac{2}{3}AI$ فإن G مركز ثقل المثلث ABC

7) المثلث القائم و الدائرة المحيطة به

أ) إذا كان ABC مثلثا قائما في A والنقطة I منتصف وتره $[BC]$ فإن $IA=IB=IC=\frac{BC}{2}$

ب) ليكن EFG مثلثا و O منتصف $[FG]$

إذا كان $OF=OG=OE$

فإن المثلث EFG قائم الزاوية في E

العلاقات القياسية في مثلث قائم

1) نظرية بيتاغور

إذا كان ABC مثلثا قائما في A فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

2) قيس طول القطر في مربع

إذا كان $ABCD$ مربعا فإن $AC = BD = AB \times \sqrt{2}$

3) قيس طول الارتفاع في مثلث متقايس الأضلاع

إذا كان a هو طول ضلع مثلث متقايس الأضلاع فإن طول الارتفاع الصادر من احدى قممه هو $a\frac{\sqrt{3}}{2}$

4) عكس نظرية بيتاغور

إذا كان MNP مثلثا حيث $MP^2 = MN^2 + NP^2$ فإن المثلث MNP قائم الزاوية في N

5) إذا كان ABC مثلثا قائما في A و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$ فإن

أ) $AH \times BC = AB \times AC$

ب) $AH^2 = BH \times CH$

التعامد في الفضاء

1) مستقيم عمودي في نقطة على مستقيمين متقاطعين في نفس النقطة من مستو هو عمودي على هذا المستوي

2) مستقيم عمودي على مستو في نقطة هو عمودي على كل مستقيمات هذا المستوي المارة من هذه النقطة

3) في متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$ الأقطار $[EC]$و $[HB]$ و $[AG]$ و $[DF]$ متقايسة و قيس طول كل قطر منها يساوي $\sqrt{AB^2 + AE^2 + AD^2}$

4) في الهرم المنتظم , إذا كان h ارتفاعه و R شعاع الدائرة المحيطة بقاعدته فإن قيس طول كل حرف من أحرفه الجانبية يساوي $\sqrt{h^2 + R^2}$

رباعيات الأضلاع

I) متوازي الأضلاع ليكن $ABCD$ رباعي الأضلاع

1) $(AB)//(CD)$ و $(AD)//(BC)$ يعني $ABCD$ متوازي الأضلاع

2) $AB = CD$ و $AD = BC$ يعني $ABCD$ متوازي اضلاع

3) $AB = CD$ و $(AB)//(CD)$ يعني $ABCD$ متوازي اضلاع

3) القطران $[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في منتصفهما يعني $ABCD$ متوازي اضلاع

4) $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ و $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ يعني $ABCD$ متوازي اضلاع

II) المستطيل ليكن $ABCD$ رباعي الأضلاع

1) $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90°$ يعني $ABCD$ مستطيل

2) $ABCD$ متوازي الأضلاع و $B\hat{A}D = 90°$ يعني $ABCD$ مستطيل

3) $ABCD$ متوازي الأضلاع و $AC = BD$ يعني $ABCD$ مستطيل

III) المعين ليكن $ABCD$ رباعي الأضلاع

1) $AB = BC = CD = DA$ يعني $ABCD$ معين

2) $ABCD$ متوازي الأضلاع و $AB = BC$ يعني $ABCD$ معين

3) $ABCD$ متوازي الأضلاع و $(AC) \perp (BD)$ يعني $ABCD$ معين

IV) المربع

1) $ABCD$ مستطيل و $AB = BC$ يعني $ABCD$ مربع

2) $ABCD$ مستطيل و $(AC) \perp (BD)$ يعني $ABCD$ مربع

3) $ABCD$ معين و $AC = BD$ يعني $ABCD$ مربع

4) $ABCD$ معين و $B\hat{A}D = 90°$ يعني $ABCD$ مربع

V) قيس المساحة

1) مساحة مثلث تساوي قاعدة في ارتفاع على 2

2) مساحة شبه المنحرف تساوي مجموع القاعدتين في الارتفاع على 2

3) مساحة متوازي الأضلاع تساوي قاعدة في ارتفاع

4) مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي $AB \times BC$

5) مساحة المربع $ABCD$ تساوي AB^2

6) مساحة المعين $ABCD$ تساوي $\frac{AC \times BD}{2}$

VI) المثلثات

1) تتقاطع الموسطات العمودية لمثلث في نقطة واحدة تمثل مركز الدائرة المحيطة به

2) تتقاطع منصفات زوايا مثلث في نقطة واحدة تمثل مركز الدائرة المحاطة به

3) تتقاطع موسطات مثلث في نقطة واحدة تمثل مركز ثقل المثلث

4) تتقاطع المستقيمات الحاملة لارتفاعات مثلث في نقطة واحدة تمثل المركز القائم للمثلث